# 湖北汽车工业学院

# 2023年攻读硕士学位研究生入学考试

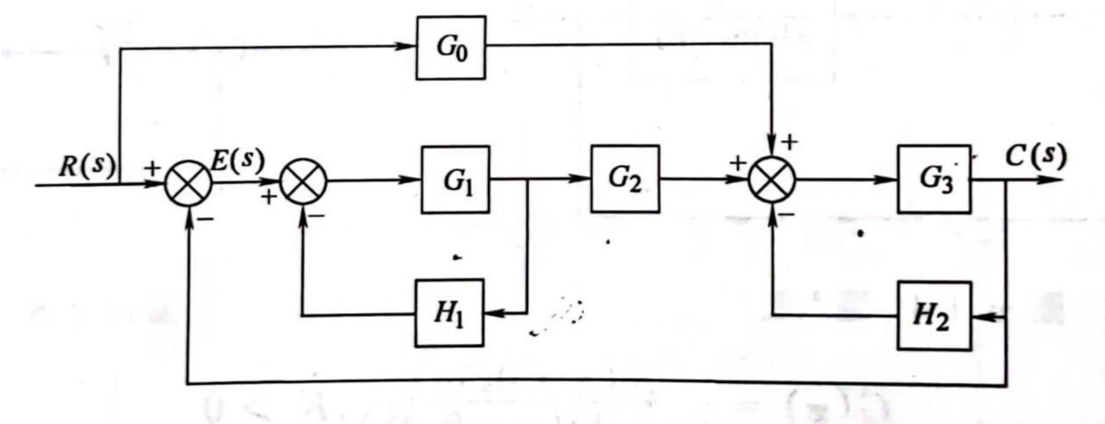
## 参考答案及评分标准

科目名称： 自动控制原理　　（□A卷 ☑B卷）科目代码： 804

考试时间：3小时　满分150分

注意：所有答题内容必须写在答题纸上，写在试题或草稿纸上的一律无效；考完后试题随答题纸交回。

一、**（共15分）**系统框图如下图所示，求系统的闭环传递函数$\frac{C(s)}{R(s)}$。




解：$\Delta = 1 + G_1H_1 + G_3H_2 + G_1G_2G_3 + G_1G_3H_1H_2$

从R(S)到C(S)的前向通道有两个：

$P_1 = G_0G_3$，对应$\Delta_1 = 1 + G_1H_1$

$P_2 = G_1G_2G_3$，对应$\Delta_2 = 1$

所以系统的闭环传递函数为　$\frac{C(S)}{R(S)} = \frac{P_1\Delta_1 + P_2\Delta_2}{\Delta} = \frac{G_0G_3 + G_0G_1G_3H_1 + G_1G_2G_3}{1 + G_1H_1 + G_3H_2 + G_1G_2G_3 + G_1G_3H_1H_2}$

二、**（共20分）**单位负反馈的开环传递函数为$G(s) = \frac{20}{s(0.05S+1)}$，

1）计算闭环系统单位阶跃响应的最大超调量$M_p(\%)$，调整时间$t_s$(范围±5%)。（10分）

2）计算系统给定输入为单位斜坡信号时，系统的稳态误差终值$e_{sr}$。（10分）

解：1）系统的闭环传递函数

$$\frac{C(s)}{R(s)}=\frac{G(s)}{1+G(s)}==\frac{400}{s^2+20s+400}$$

因此 $\omega_n^2=K$，$2\xi\omega_n=20$

得到 $\xi=0.5$，$\omega_n=20$

所以$M_p=e^{\frac{-\xi\pi}{\sqrt{1-\xi^2}}}\times100\%=16.5\%$

$$t_s=\frac{3}{\xi\omega_n}=\frac{3}{0.5\times20}=0.3s(\pm5\%)$$

当 r=t 时，R(s)=$\frac{1}{s^2}$

$$e_{sr}=\lim_{s\to0}sR(s)\frac{1}{1+G(s)}=0.05$$

**三、（共 15 分）**系统的开环传递函数为$G(s)H(s)=\frac{K(s+4)}{(s^2+s+1)(s+5)}$，绘制闭环系统的根轨迹。

解：

（1）开环极点$p_{1,2}=\frac{-1\pm j\sqrt{3}}{2}$，$p_3=-5$，开环零点$z_1=-4$

（2）渐近线

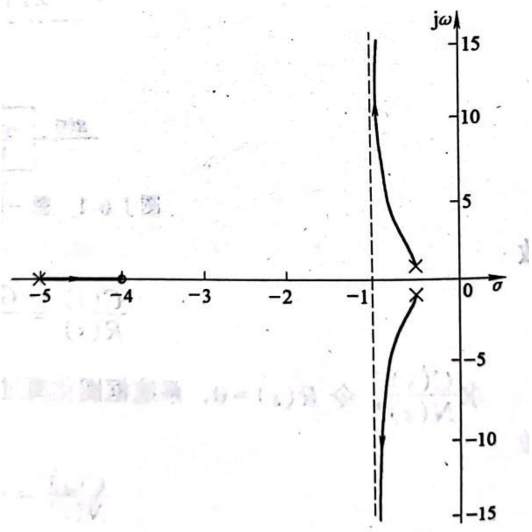
与实轴夹角：$\varphi_a=\pm\frac{180^\circ(2q+1)}{2}=\pm90^\circ$

与实轴交点：$\sigma_a=\frac{\sum_{i=1}^{3}p_i-z_1}{2}=1$

（3）在复极点$p_1$处的出射角

$$\varphi_{p_1}=180^\circ+\angle(p_1-z_1)-(\angle(p_1-p_2)+\angle(p_1-p_3))=180^\circ+13.9^\circ-(90^\circ+10.9^\circ)=93^\circ$$

根轨迹如图所示：




**四、(共20分)**单位负反馈控制系统的开环传递函数为$G(s)=\dfrac{100(0.1s+1)}{s\ (0.2s+1)(\frac{1}{120}s+1)}$

1）绘制系统的伯德图。（10 分）

2）计算系统的相角裕度。（10 分）

解：1）系统由一个比例环节、一个积分环节、两个惯性环节和一个一阶比例微分环节组成。比例环节 K=100，$20\lg K=40$。低频段的渐近线过点

（$\omega=1\mathrm{s}^{-1}, L(\omega)=40dB$），斜率为-20dB/dec，在第一个交接频率$\omega_1=\dfrac{1}{\tau_1}=5\mathrm{s}^{-1}$处

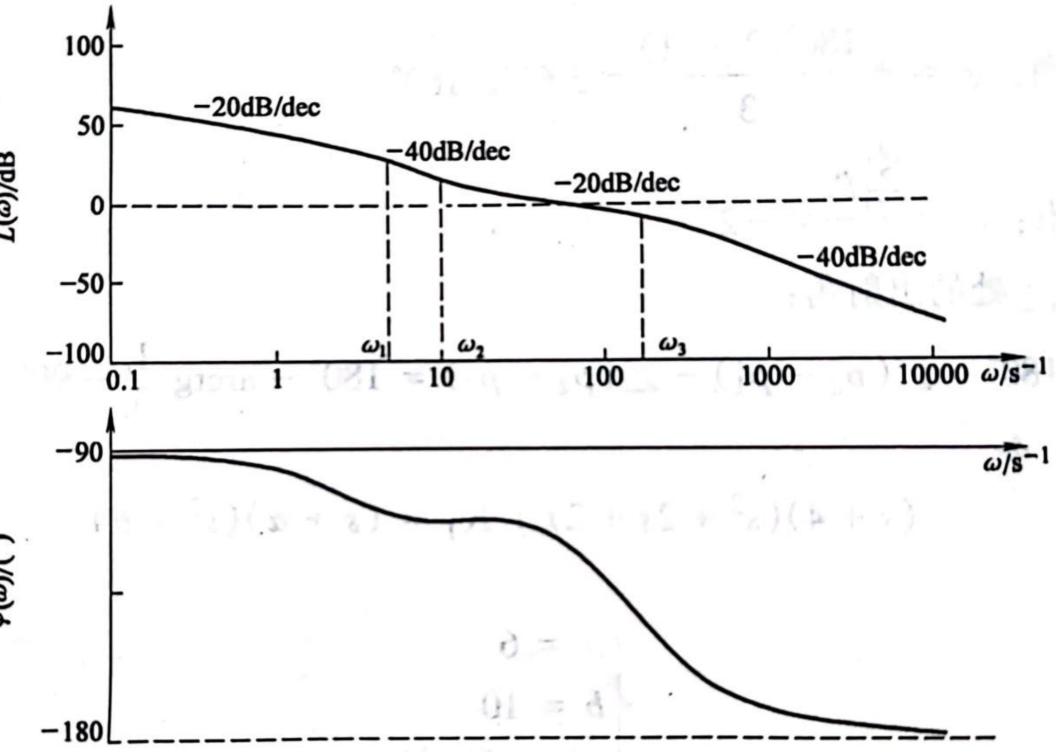
斜率改为-40dB/dec，在第二个交接频率$\omega_2=\dfrac{1}{\tau_2}=10\mathrm{s}^{-1}$处斜率改为-20dB/dec，在

第三个交接频率$\omega_3=\dfrac{1}{\tau_3}=120\mathrm{s}^{-1}$处斜率改为-40dB/dec

相频特性

$$\varphi(\omega)=arctg\,0.1\omega-90^{\circ}-arctg\,0.2\omega-arctg\,\tfrac{1}{120}\omega$$

伯德图如下图所示




2）由伯德图可知，剪切频率所在频段为$\omega_2 < \omega < \omega_3$

当$\omega \le \omega_1$时，$\mathrm{L}(\omega) = 40 - 20\lg\omega$，由此得$\mathrm{L}(\omega_1) = 40dB - 20\lg 5dB = 26.02dB$

当$\omega_1 < \omega \le \omega_2$时，$\mathrm{L}(\omega) = 26.02dB - 40(\lg\omega - \lg\omega_1)dB$，由此得

$\mathrm{L}(\omega_2) = 26.02dB - 40(\lg\omega_2 - \lg 5)dB = 13.95dB$

当$\omega_2 < \omega \le \omega_3$时，$\mathrm{L}(\omega) = 13.98dB - 20(\lg\omega - \lg\omega_2)dB$，令$\mathrm{L}(\omega) = 0$可得剪切频率

$\omega_{\mathrm{c}} = 50s^{-1}$

所以相角裕度$\gamma = 180^\circ + \varphi(\omega_c) = 180^\circ + arctg5 - 90^\circ - arctg10 - arctg\dfrac{5}{12} = 61.78^\circ$

**五、（共 15 分）**传递函数为 G(s)=$K_p(1 + \dfrac{1}{T_s} + \tau s)$的控制器具有什么控制规律，加入系统后，对系统的性能有哪些改善。

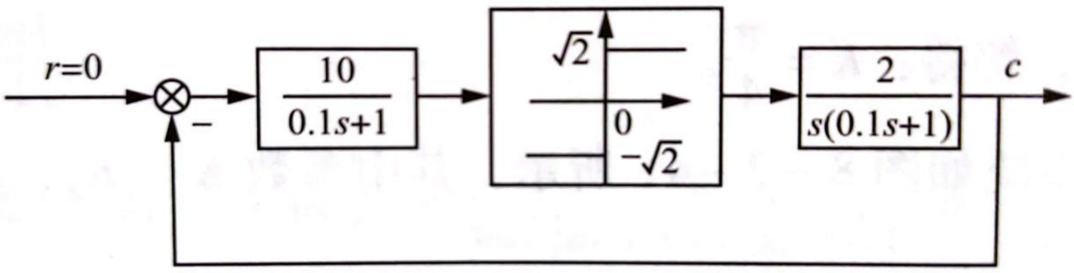
解：该控制器为 PID 控制器，在低频段具有改变低频段的起始高度（P 作用）及系统低频特性的斜率（I 作用）；在中频段，可以改变剪切频率，从而改变中频段的长度，影响系统的快速性（D 作用）；在高频段，能改变高频段的斜率，增

加系统的抗高频噪声干扰的能力。

或者写：比例环节可以加快调节，减小误差，但是比例过大会使系统稳定性下降甚至不稳定。积分环节是使系统消除稳态误差，但是可能使系统稳定性下降，动态响应变慢。微分环节可以改善系统的动态性能，减少超调和调节时间，但是对系统抗干扰不利。

PID 控制器可以改善系统的稳态误差、动态特性和高频抗噪声能力。

**六、（共 15 分）**非线性系统如下图所示，试用描述函数法分析系统是否存在自振。若存在自振，求系统输出 c(t) 的振幅和频率。




解：线性部分的传递函数为 $G(s)=\dfrac{20}{s(0.1s+1)^2}$

令 $s=\mathrm{j}\omega$，代入得

$$G(\mathrm{j}\omega)=\frac{20}{\mathrm{j}\omega(0.1\mathrm{j}\omega+1)^2}=-\frac{20}{0.2\omega^2+\mathrm{j}\omega(0.01\omega^2-1)}$$

非线性部分负倒描述函数为 $-\dfrac{1}{N(A)}=-\dfrac{\pi A}{4\sqrt{2}}$。

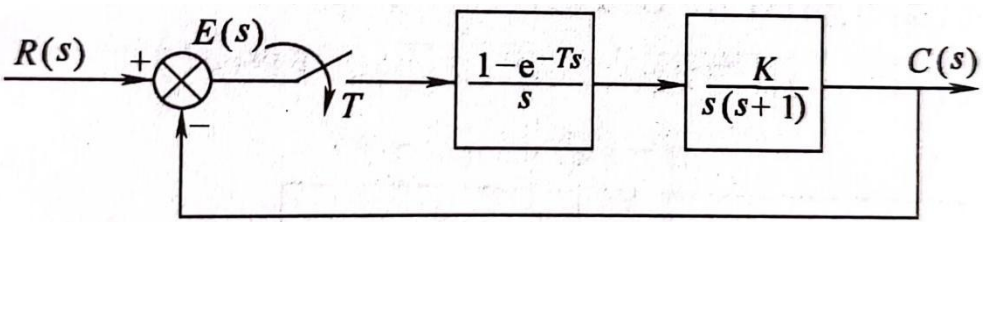
当 $\omega=10$ 时，有 $\mathrm{Re}[G(\mathrm{j}\omega)]=-1$。

令 $-\dfrac{1}{N(A)}=\mathrm{Re}[G(\mathrm{j}\omega)]$，即 $-\dfrac{\pi A}{4\sqrt{2}}=-1$。

由此可知，因为 $\mathrm{Re}[G(\mathrm{j}\omega)]=-1<0$，所以系统存在自振。

此时系统输出 $c(t)$ 的振幅 $A=\dfrac{4\sqrt{2}}{\pi}$，频率 $\omega=10$。

**七、（共 15 分）**采样控制系统如下图所示，其中采样周期 $\mathrm{T}=1\mathrm{s}$，$K=10$，求单位阶跃输入下的系统稳态误差 $\mathrm{e}_{sr}$。



解：
系统的开环传递函数为：

$$G(z)=Z[G(s)]=Z\left[\frac{1-e^{-Ts}}{s}\cdot\frac{K}{s(s+1)}\right]=(1-z^{-1})Z\left[\frac{K}{s^2(s+1)}\right]$$
$$=(1-z^{-1})Z\left[\frac{K}{s^2}-\frac{K}{s}+\frac{K}{s+1}\right]$$
$$=K(1-z^{-1})\left[\frac{Tz^{-1}}{(1-z^{-1})^2}-\frac{1}{1-z^{-1}}+\frac{1}{1-e^{-T}z^{-1}}\right]$$

**将 $T=1s$ 代入得**

$$G(z)=K(1-z^{-1})\left[\frac{z^{-1}}{(1-z^{-1})^2}-\frac{1}{1-z^{-1}}+\frac{1}{1-e^{-1}z^{-1}}\right]$$
$$=\frac{K(0.368z+0.264)}{z^2-1.368z+0.368}$$

当 K=1 时 $G(z)=\dfrac{0.368z+0.264}{z^2-1.368z+0.368}$

$$K_p=\lim_{z\to 1}G(z)=\infty$$

$$e_{sr}=\frac{1}{1+K_p}=0$$

**八、（共 15 分）**控制系统状态空间模型如下：

$$\dot{x}=\begin{bmatrix}-1 & 1 & 0\\ 0 & -1 & 0\\ 0 & 0 & 0\end{bmatrix}x+\begin{bmatrix}1\\2\\1\end{bmatrix}u$$

$$y=\begin{bmatrix}2 & 3 & 0\end{bmatrix}x$$

若 $u(t)=1(t)$，$x(0)=\begin{bmatrix}1 & 2 & 2\end{bmatrix}^T$，求 x(t)和 y(t)。

解：系统矩阵为约当型，状态转移矩阵为 $e^{At}=\begin{bmatrix}e^{-t} & te^{-t} & 0\\ 0 & e^{-t} & 0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}$

所以

$$x(t)=e^{At}x(0)+\int_0^t e^{A\tau}bu(t-\tau)d\tau=\begin{bmatrix}e^{-t} & te^{-t} & 0\\ 0 & e^{-t} & 0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1\\2\\2\end{bmatrix}+\int_0^t\begin{bmatrix}e^{-\tau} & \tau e^{-\tau} & 0\\ 0 & e^{-\tau} & 0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1\\2\\1\end{bmatrix}d\tau=\begin{bmatrix}-2e^{-t}-te^{-t}+3\\ 2\\ 2+t\end{bmatrix}$$

$$y(t)=\begin{bmatrix}2 & 3 & 0\end{bmatrix}x(t)=\begin{bmatrix}2 & 3 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}-2e^{-t}-te^{-t}+3\\ 2\\ 2+t\end{bmatrix}=-4e^{-t}-2te^{-t}+12$$

**九、（共 20 分）**已知系统的状态模型

$$\dot{\mathrm{x}}=\begin{bmatrix}5 & -4\\ 6 & -5\end{bmatrix}x+\begin{bmatrix}1\\ 1\end{bmatrix}u$$

$$y=\begin{bmatrix}-1 & 2\end{bmatrix}x$$

1）判断系统的能控性和能观性。（10 分）

2）求系统的传递函数 $\dfrac{Y(s)}{U(s)}$ （10分）。

解：1）能控性矩阵 $S_c=\begin{bmatrix}b & Ab\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & 1\\ 1 & 1\end{bmatrix}$，故系统不完全能控；

能观性矩阵 $S_o=\begin{bmatrix}c\\ cA\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-1 & 2\\ 7 & -6\end{bmatrix}$，故系统不完全能观。

2）系统的传递函数

$$\frac{Y(s)}{U(s)}=c(sI-A)^{-1}b=\begin{bmatrix}-1 & 2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}s-5 & 4\\ -6 & s+5\end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix}1\\ 1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-1 & 2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\dfrac{s+5}{s^2-1} & \dfrac{-4}{s^2-1}\\ \dfrac{6}{s^2-1} & \dfrac{s-5}{s^2-1}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1\\ 1\end{bmatrix}=\frac{1}{s-1}$$